МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ ВЛАДИМИРА ДАЛЯ»

Факультет компьютерных систем и информационных технологий

Кафедра прикладной математики

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета компьютерных систем и информационных технологий
____________ Кочевский А. А.
«19» апреля 2023 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по учебной дисциплине

«Теория оптимального управления»

01.04.02 Прикладная математика и информатика

«Математическое моделирование сложных систем»

Разработчик:
доцент ____________________ Малый В. В.

ФОС рассмотрен и одобрен на заседании кафедры прикладной математики от 18 апреля 2023 г., протокол № 10

Заведующий кафедрой ____________________________________ Малый В. В.

Луганск 2023 г.

Паспорт
фонда оценочных средств по учебной дисциплине
«Теория оптимального управления»

Перечень компетенций (элементов компетенций), формируемых в результате освоения учебной дисциплины

№ п/п	Код контролируемой компетенции	Формулировка контролируемой компетенции	Контролируемые темы учебной дисциплины	Этапы формирования (семестр изучения)
1	ОПК-1	способен решать актуальные задачи фундаментальной и прикладной математики	Тема 1. Постановка задачи. Динамические характеристики линейных систем управления Тема 2. Устойчивость линейных систем управления Тема 3. Управляемость и наблюдаемость в линейных системах Тема 4. Вариационное исчисление в теории оптимального управления Тема 5. Принцип максимума Понтрягина Тема 6. Метод динамического программирования	основной (3)

Показатели и критерии оценивания компетенций, описание шкал оценивания

№ п/п	Код контролируемой компетенции	Показатель оценивания (знания, умения, навыки)	Контролируемые темы учебной дисциплины	Наименование оценочного средства
1	ОПК-1	знать: методы постановки задач управления динамическими системами; основные понятия теории оптимального управления; методы исследования	Тема 1. Постановка задачи. Динамические характеристики линейных систем управления Тема 2.	индивидуальные задания, промежуточная аттестация (экзамен)

		динамических характеристик систем управления; преобразования Лапласа; преобразования Фурье для исследования частотных характеристик; методы исследования устойчивости систем управления; метод классического аппарата вариационного исчисления; принципа максимума (минимума) Л.С. Понтрягина; метода динамического программирования Р. Беллмана; уметь: использовать преобразования Лапласа и преобразования Фурье для исследования динамических характеристик систем управления; исследовать наблюдаемость и управляемость систем; применять методы классического и неклассического вариационных методов к синтезу оптимального управления; применять математические пакеты для визуализации динамики систем управления; использовать информационные системы для пополнения и уточнения математических знаний; владеть навыками: математическими понятиями и символами для выражения количественных и качественных отношений, методами теории управления и алгоритмами в	Устойчивость линейных систем управления Тема 3. Управляемость и наблюдаемость в линейных системах Тема 4. Вариационное исчисление в теории оптимального управления Тема 5. Принцип максимума Понтрягина Тема 6. Метод динамического программирования	

		приложениях к техническим наукам.		

Фонды оценочных средств по дисциплине
«Теория оптимального управления»

Вопросы для фронтальных и индивидуальных опросов:

Тема 1. Постановка задачи. Динамические характеристики линейных систем управления.

1. Что собой представляет математическая модель динамического объекта управления. Привести пример.
2. Дать понятие фазового пространства и фазовых координат динамической системы. Привести пример.
3. Сформулировать задачу максимального быстродействия. Критерий оптимальности. Пример.
4. Описать движение плоского маятника обыкновенным дифференциальным уравнением. Представить равнение в виде эквивалентной системы уравнений первого порядка.
5. Как представить систему дифференциальных уравнений динамического объекта в матричной форме?
6. Необходимость алгебраической линеаризации (по формулам Тейлора) общей динамической системы управления. Пример.
7. Основные принципы управления динамическим объектом. Принцип обратной связи. Привести примеры.
8. Определить постановку задачи оптимального управления. Привести пример.
9. Временн*ы*е характеристики линейных одномерных систем. Дать понятие переходного процесса. Что такое импульсная переходная функция?
10. Чем определяется связь между входным и выходным сигналами системы управления. Привести пример.
11. Назначение преобразования Лапласа для исследования динамических (временных) характеристик системы управления. Привести пример.
12. Дать определение передаточной функции системы управления. Передаточные функции элементов системы. Примеры.
13. Соответствие оригиналов и изображений преобразования Лапласа. Привести пример прямого и обратного преобразования Лапласа.
14. Преобразование Фурье. Частотные характеристики динамических объектов. Определить виды частотных характеристик (амплитудо-частотная, фазо-частотная характеристики).
15. Определить временные и частотные характеристики интегрирующего и дифференцирующего звеньев системы. Привести примеры с графическим изображением характеристик.

16. Определить временные и частотные характеристики апериодического звена системы. Привести пример с графическим изображением характеристик.

17. Определить временные и частотные характеристики колебательного звена системы. Привести пример с графическим изображением характеристик.

18. Виды эквивалентных структурных преобразований системы управления с использованием передаточных функций звеньев системы. Привести примеры различных преобразований.

19. Что называется фундаментальной матрицей однородной системы дифференциальной уравнений в нормальной форме. Пример.

20. Основные свойства импульсной переходной матрицы динамической системы управления. Примеры.

21. Подход к решению неоднородного дифференциального матричного уравнения первого порядка динамической системы управления. Формула Коши. Привести пример.

Тема 2. Устойчивость линейных систем управления.

22. Дать определение по Ляпунову устойчивости движения динамической системы. Асимптотическая устойчивость решения.

23. Признаки устойчивости и неустойчивости движения системы на основании корней характеристического уравнения системы. Примеры.

24. Влияние корней характеристического уравнения на характер движения и на устойчивость движения системы. Привести примеры.

25. Признаки устойчивости движения системы на основании корней характеристического уравнения. Использование матрицы Гурвица. Алгебраический критерий Рауса-Гурвица. Примеры.

26. Частотные критерии устойчивости. Общая характеристика. Особенности применения частотных критериев. Примеры.

27. Годограф Михайлова, как частотный критерий устойчивости системы управления. Привести пример.

28. Амплитудно-фазовая характеристика системы управления. Критений устойчивости Найквиста. Понятие запаса устойчивости. Пример.

29. Второй (прямой) метод Ляпунова или метод функций Ляпунова. Построение специальных функций Ляпунова. Пример.

30. Дать понятие абсолютной устойчивости системы управления. Критерий Попова. Привести пример.

Тема 3. Управляемость и наблюдаемость в линейных системах

31. Дать понятие управляемости динамической системы. Критерий управляемости. Привести пример.

32. Построение матрицы управляемости динамической системы. Привести пример.

33. Понтие наблюдаемости динамической системы. Критерий наблюдаемости. Привести пример.

34. Двойственность управляемости и набдюдаемости динамической системы. Привести пример.

Тема 4. Вариационное исчисление в теории оптимального управления

35. Классификация задач оптимального управления по виду граничений. Пример.

36. Классификация задач оптимального управления по виду краевых условий. Пример.

37. Классификация задач оптимального управления по виду критерия оптимальности. Привести примеры.

38. Необходимые и достаточные условия экстремума функционала (критерия оптимальности). Привести примеры.

39. Понятие первой вариации функционала. Вывод уравнения Эйлера. Необходимый критерий оптимальности решения. Пример.

40. Условия разрешимости уравнения Эйлера. Привести примеры определения интеграла уравнения Эйлера. Пример.

41. Решение задачи на поиск условного экстремума. Уравнение Лагранжа. Пример.

42. Решение задач на экстремум функционала, зависящего от производных высокого порядка. Уравнение Эйлера-Пуассона. Пример.

43. Достаточное условие экстроемума экстремума – условие Лежандра. Привести пример.

44. Функция Гамильтона. Каноническая форма уравнений Эйлера-Лагранжа. Привести примеры.

Тема 5. Принцип максимума Понтрягина

45. В чем особенность принципа максимума Понтрягина с точки зрения отсутствия условия непрерывности функционала задачи оптимальности. Пример.

46. Основное отличие принципа максимума Понтрягина от классических вариацирнных методов?

47. Роль функции Гамильтона в условиях принципа максимума Понтрягина.

48. Сопряженные системы уравнений в принципе максимума Понтрягина.

49. Достаточность условий максимума Понтрягина для оптимальности управления линейной динамической системы.

50. Основные шаги алгоритма принципа максимума Понтрягина при построении оптимального решения.

51. Принципиальная особенность решения линейной задачи оптимального быстродействия при кусочно-постоянном управлении.

Тема 6. Метод динамического программирования

52. Постановка многошаговой задачи поиска оптимального решения. Пояснить на примере.

53. Сформулировать принцип оптимальност Беллмана в применении к задаче оптимального управления.

54. Принцип решения задачи о кратчайшем пути с использованием принципа оптимальности Беллмана. Привести пример.

55. Условная и абсолютная оптимальность в принципе оптимальности Беллмана.

56. Дискретный и непрерывный варианты функционального уравнения Беллмана.

57. Интегральная форма функционального уравнения Беллмана для задачи Коши. Привести пример.

58. Пояснить взаимосвязь принципа максимума Понтрягина и метода динамического программирования Беллмана.

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «фронтальный и индивидуальный опрос»

Шкала оценивания	Критерий оценивания
отлично (5)	Студент глубоко и в полном объёме владеет программным материалом. Грамотно, исчерпывающе и логично его излагает в устной или письменной форме. При этом знает рекомендованную литературу, проявляет творческий подход в ответах на вопросы и правильно обосновывает принятые решения, хорошо владеет умениями и навыками при выполнении практических задач.
хорошо (4)	Студент знает программный материал, грамотно и по сути излагает его в устной или письменной форме, допуская незначительные неточности в утверждениях, трактовках, определениях и категориях или незначительное количество ошибок. При этом владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических задач.
удовлетворительно (3)	Студент знает только основной программный материал, допускает неточности, недостаточно чёткие формулировки, непоследовательность в ответах, излагаемых в устной или письменной форме. При этом недостаточно владеет умениями и навыками при выполнении практических задач. Допускает до 30% ошибок в излагаемых ответах.
неудовлетворительно (2)	Студент не знает значительной части программного материала. При этом допускает принципиальные ошибки в доказательствах, в трактовке понятий и категорий, проявляет низкую культуру знаний, не владеет основными умениями и навыками при выполнении практических задач. Студент отказывается от ответов на дополнительные вопросы

Контрольные работы:

Типовые варианты контрольных работ

Контрольная работа. Семестр 3.
Тема 2. Устойчивость линейных систем управления.
Тема 3. Управляемость и наблюдаемость в линейных системах.

Оценка: задача 1 (2 балла – полное решение);
задача 2 (3 балла – полное решение).

Вариант № 1

Задача 1

Исследовать устойчивость системы, описываемой дифференциальным уравнением

$$\frac{d^3x(t)}{dt^3}+2\frac{d^2x(t)}{dt^2}+3\frac{dx(t)}{dt}+4x(t)=u(t).$$

Для проверки устойчивости использовать критерий Рауса-Гурвица.

Задача 2

Линейная система управления описывается следующей нормальной системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases}\dfrac{d\mathrm{x}}{dt}=A\,\mathrm{x}(t)+B\,\mathrm{u}(t);\\ \mathrm{y}(t)=C\,\mathrm{x}(t),\end{cases}\qquad \text{где}\quad A=\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\; B=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix};\quad C=\begin{pmatrix}0&1\\2&0\end{pmatrix}.$$

Исследовать управляемость и наблюдаемость системы.

Вариант № 2

Задача 1

Исследовать устойчивость системы, описываемой дифференциальным уравнением

$$\frac{d^3x(t)}{dt^3}+2\frac{d^2x(t)}{dt^2}+3\frac{dx(t)}{dt}+4x(t)=u(t).$$

Для проверки устойчивости использовать критерий Рауса-Гурвица.

Задача 2

Линейная система управления описывается следующей нормальной системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases}\dfrac{d\mathrm{x}}{dt}=A\,\mathrm{x}(t)+B\,\mathrm{u}(t);\\ \mathrm{y}(t)=C\,\mathrm{x}(t),\end{cases}\qquad \text{где}\quad A=\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\; B=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix};\quad C=\begin{pmatrix}0&1\\2&0\end{pmatrix}.$$

Исследовать управляемость и наблюдаемость системы.

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «контрольная работа»

Шкала оценивания (интервал баллов)	Критерий оценивания
5	Контрольная работа выполнена на высоком уровне (правильные ответы даны на 90-100% вопросов/задач)
4	Контрольная работа выполнена на среднем уровне (правильные ответы даны на 75-89% вопросов/задач)
3	Контрольная работа выполнена на низком уровне (правильные ответы даны на 50-74% вопросов/задач)
2	Контрольная работа выполнена на неудовлетворительном уровне (правильные ответы даны менее чем на 50%)

Варианты индивидуальных заданий:

Типовые варианты индивидуальных заданий

Семестр 3.

Вариант 1.

Задача 1.

Линейная динамическая система описывается следующей нормальной системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = 4x_2(t); \\ \dfrac{dx_2}{dt} = -x_1(t). \end{cases}$$

Построить импульсную переходную матрицу системы с помощью обратного преобразования Лапласа.

Задача 2.

Линейная система управления описывается следующей нормальной системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{d\mathrm{x}}{dt} = A\,\mathrm{x}(t) + B\,\mathrm{u}(t); \\ \mathrm{y}(t) = C\,\mathrm{x}(t), \end{cases} \qquad \text{где} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \ B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Исследовать управляемость и наблюдаемость системы. Если система управляема, то построить одно из многих управлений, переводящих систему из состояния $\left(0,\, \mathrm{x}^{(0)}\right)$ в состояние $\left(t_1,\, 0\right)$.

Задача 3.

Линейная система управления описывается следующим дифференциальным уравнением:

$$\frac{d\mathrm{x}}{dt} = A\,\mathrm{x}(t) + B\,\mathrm{u}(t), \quad \text{где} \qquad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \qquad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Построить вариационным методом оптимальное управление перевода системы из одной точки фазового пространства $t_0 = 0,\ x_1(0) = 0,\ x_2(0) = 0$ в другую заданную точку фазового пространства $t_1 = T,\ x_1(T) = 2,\ x_2(T) = 0$ за фиксированный отрезок времени $t_1 - t_0$, затрачивая при этом минимум энергии $Q = \int_{t_0}^{t_1} u^2(t)\,dt$ управляющего сигнала $u(t)$.

Задача 4.

Система управления описывается следующим дифференциальным уравнением:

$$\frac{d\mathrm{x}}{dt} = A\mathrm{x}(t) + Bu(t), \quad \text{где } A = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix};\ B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Используя принцип максимума Понтрягина, определить управление $\mathrm{u}(t)$, обеспечивающее быстрейший перевод системы из состояния $x_1(t_0) = x_1^{(0)}$, $x_2(t_0) = x_2^{(0)}$ в начало координат $x_1(t_1) = 0,\ x_2(t_1) = 0$ при условии, что управление должно удовлетворять ограничению $|u| \le 3$.

Построить фазовые траектории системы управления.

Вариант 2.

Задача 1.

Линейная динамическая система описывается следующей нормальной системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = 3x_2(t); \\ \dfrac{dx_2}{dt} = -2x_1(t). \end{cases}$$

Построить импульсную переходную матрицу системы с помощью обратного преобразования Лапласа.

Задача 2.

Линейная система управления описывается следующей нормальной системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{d\mathrm{x}}{dt} = A\mathrm{x}(t) + B\mathrm{u}(t); \\ \mathrm{y}(t) = C\mathrm{x}(t), \end{cases} \quad \text{где} \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix};\ B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix};\ \ C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Исследовать управляемость и наблюдаемость системы. Если система управляема, то построить одно из многих управлений, переводящих систему из состояния $\left(0,\, \mathrm{x}^{(0)}\right)$ в состояние $\left(t_1,\, 0\right)$.

Задача 3.

Линейная система управления описывается следующим дифференциальным уравнением:

$$\frac{d\mathrm{x}}{dt} = A\mathrm{x}(t) + B\mathrm{u}(t), \text{ где } \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Построить вариационным методом оптимальное управление перевода системы из одной точки фазового пространства $t_0 = 0,\ x_1(0) = 0,\ x_2(0) = 0$ в другую заданную точку фазового пространства $t_1 = T,\ x_1(T) = 2,\ x_2(T) = 0$ за фиксированный отрезок времени $t_1 - t_0$, затрачивая при этом минимум энергии $Q = \int_{t_0}^{t_1} u^2(t)\, dt$ управляющего сигнала $u(t)$.

Задача 4.

Система управления описывается следующим дифференциальным уравнением:

$$\frac{d\mathrm{x}}{dt} = A\mathrm{x}(t) + Bu(t), \quad \text{где } A = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Используя принцип максимума Понтрягина, определить управление $\mathrm{u}(t)$, обеспечивающее быстрейший перевод системы из состояния $x_1(t_0) = x_1^{(0)}$, $x_2(t_0) = x_2^{(0)}$ в начало координат $x_1(t_1) = 0,\ x_2(t_1) = 0$ при условии, что управление должно удовлетворять ограничению $|u| \leq 3$.

Построить фазовые траектории системы управления.

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «индивидуальные задания»

Шкала оценивания	Критерий оценивания
Зачтено	Правильность решения заданий составляет 90-100%
Не зачтено	Правильность решения заданий составляет менее 90%

Оценочные средства для промежуточной аттестации (экзамен)

Типовые экзаменационные билеты

Билеты. Семестр 3.

Оценка: 1 вопрос – 1 балл ;
2 вопрос – 1 балл ;
задача – 3 балла .

Билет № 1

1. Понятие первой вариации функционала. Вывод уравнения Эйлера. Необходимый критерий оптимальности решения. Пример

2. Необходимые и достаточные условия экстремума функционала. Уравнение Эйлера.

3 Задача.

Линейная динамическая система описывается следующей нормальной системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{d\mathrm{x}}{dt} = A\mathrm{x}(t) + Bu(t); \\ \mathrm{y}(t) = C\mathrm{x}(t). \end{cases} \qquad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Исследовать управляемость системы.

Утверждено на заседании кафедры ПМ, протокол №__ от ______ 201__ г.

Заведующий кафедрой *доц. Малый В.В.*

Лектор

Билет № 2

1. Постановка задачи теории управления. Определение линейной системы управления.

2. Постановка задачи оптимального управления. Характеристика методов решения.

3. Задача.

Линейная динамическая система описывается следующей нормальной системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{d\mathrm{x}}{dt} = A\mathrm{x}(t) + Bu(t); \\ \mathrm{y}(t) = C\mathrm{x}(t). \end{cases} \qquad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Исследовать управляемость системы.

Утверждено на заседании кафедры ПМ, протокол №__ от ______ 20__ г.

Заведующий кафедрой *доц. Малый В.В.*

Лектор

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству промежуточный контроль (экзамен)

Шкала оценивания	Критерий оценивания
отлично (5)	Студент глубоко и в полном объёме владеет программным материалом. Грамотно, исчерпывающе и логично его излагает в устной или письменной форме. При этом знает рекомендованную литературу, проявляет творческий подход в ответах на вопросы и правильно обосновывает принятые решения, хорошо владеет умениями и навыками при выполнении практических задач.
хорошо (4)	Студент знает программный материал, грамотно и по сути излагает его в устной или письменной форме, допуская незначительные неточности в утверждениях, трактовках, определениях и категориях или незначительное количество ошибок. При этом владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических задач.
удовлетворительно (3)	Студент знает только основной программный материал, допускает неточности, недостаточно чёткие формулировки, непоследовательность в ответах, излагаемых в устной или письменной форме. При этом недостаточно владеет умениями и навыками при выполнении практических задач. Допускает до 30% ошибок в излагаемых ответах.
неудовлетворительно (2)	Студент не знает значительной части программного материала. При этом допускает принципиальные ошибки в доказательствах, в трактовке понятий и категорий, проявляет низкую культуру знаний, не владеет основными умениями и навыками при выполнении практических задач. Студент отказывается от ответов на дополнительные вопросы

Лист изменений и дополнений

№ п/п	Виды дополнений и изменений	Дата и номер протокола заседания кафедры (кафедр), на котором были рассмотрены и одобрены изменения и дополнения	Подпись (с расшифровкой) заведующего кафедрой (заведующих кафедрами)

Экспертное заключение

Представленный фонд оценочных средств (далее – ФОС) по дисциплине «Теория оптимального управления» соответствует требованиям ФГОС ВО.

Предлагаемые формы и средства текущего и промежуточного контроля адекватны целям и задачам реализации основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика.

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины представлены в полном объеме.

Виды оценочных средств, включенные в представленный фонд, отвечают основным принципам формирования ФОС.

Разработанный и представленный для экспертизы фонд оценочных средств рекомендуется к использованию в процессе подготовки обучающихся по указанному направлению.

Председатель учебно-методической комиссии факультета компьютерных систем и информационных технологий — Ветрова Н. Н.